UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA JUNIO 2006

Tiempo disponible:1 h 30 min

Se valorará el uso del vocabulario y la notación científica. Los errores ortográficos, el desorden, la falta de limpieza en la presentación y la mala redacción, podrán suponer una disminución hasta de un punto en la calificación, salvo casos extremos.

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARA A ESTE EJERCICIO :(véanse las distintas partes del examen)

Instrucciones: Se proponen dos opciones **A** y **B.** Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras; pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán de estar debidamente justificados

OPCIÓN A

A.1.-Se consideran las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & \lambda \\ 1 & -1 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 3 \\ \lambda & 0 \\ 0 & 2\end{pmatrix}$ donde λ es un número real

a)(1'5 puntos) Encontrar los valores de λ para los que la matriz **AB** tiene inversa

b)(1 punto) Dados **a** y **b** números reales cualesquiera ¿puede ser el sistema $A\begin{pmatrix}x \\ y \\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a \\ b\end{pmatrix}$ compatible determinado con **A** la matriz del enunciado?

A.2.- (2'5 puntos)Calcular los valores de **a** y **b** para que la función $f(x)=\dfrac{bx}{x-a}$ tenga como asíntota vertical **x = 2** y como asíntota horizontal **y = 3.** Razonar si para **a = 2** y **b = 3** la función $f(x)$ tiene un mínimo relativo.

A.3.-

a) (1'5 puntos) Utilizando el cambio de variable **t = e^x^** calcular $\int e^{x+e^x}\,dx$

b) (1 punto) Calcular $\lim_{x\to 0}\dfrac{sen\ x}{7x^2}$

A.4.- (2'5 puntos) Calcular la distancia entre las rectas **r** y **s,** donde:

$$r:\begin{cases} x=2+2k \\ y=1-k \\ z=3+k\end{cases} \qquad s:\begin{cases} x=-1+k \\ y=-1+3k \\ z=4-2k\end{cases}$$

OPCIÓN B

B.1. Sea la matriz $A=\begin{pmatrix} a^2 & ab & ab \\ ab & a^2 & b^2 \\ ab & b^2 & a^2 \end{pmatrix}$

a) (1’5 puntos) Sin utilizar la regla de Sarrus, calcular el determinante de dicha matriz

b) (1 punto) Estudiar el rango de **A** en el caso en que **b = - a**

B.2.La función $f:[0,\infty)\to\Re$ definida por $f(x)=\begin{cases}\sqrt{ax} & si \quad 0\le x\le 8\\ \dfrac{x^2-32}{x-4} & si \quad x>8\end{cases}$ es continua en $[0,\infty)$

a)(0’75 puntos) Hallar el valor de **a** que hace que esta afirmación sea cierta.

b)(1’75 puntos) Calcular $\int_0^{10} f(x)\,dx$

B.3.-(2’5 puntos) Descomponer el número **8** en dos sumandos positivos de manera que la suma del cubo del primer sumando más el cuadrado del segundo sea mínima

B.4.-
a)(1’5 puntos) Estudiar si son linealmente independientes los vectores :
$\vec{a}=(3,1,2),\ \vec{b}=(0,1,1),\ \vec{c}=(1,1,1)$

Expresar el vector $\vec{v}=(0,0,1)$ como combinación lineal de $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$

b)(1 punto) ¿Son el plano $\pi: 2x+3y+z+1=0$ y la recta $r:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{-3}=-z$ ortogonales? Justificar la respuesta